MOLNÁR ZOLTÁN TAMÁS

„MÉRTÉKRE VESZ MINDEN SZÁMOT ÉS TÉRT"

BITNICZ LAJOS, A MATEMATIKUS

A Vas megyéhez kötődők számára valószínűleg jól ismert Bitnicz (eredetileg Bitnitz) Lajos neve. Hiszen híres nyelvész volt ő, valamint püspök, szombathelyi nagyprépost, a Magyar Tudós Társaság tiszteleti tagja. A szombathelyi Szily János utcában sétálók az Egyházmegyei Levéltár falán egy emléktáblára pillantva azt is észrevehetik, hogy éremgyűjtő is volt. Mindezidáig kevés szó esett azonban arról, hogy Bitnicz Lajosnak elévülhetetlen érdemei voltak a magyar matematika történetében. Ezt a hiányt igyekszik most pótolni ez a tanulmány – a pályakép rövid ismertetése után.

ÉLETRAJZI ADATOK

Bitnicz Lajos Jákon született 1790-ben. Édesapja (Bitnitz József) sebészorvos és borbély volt, aki néhány évig a falu jegyzői feladatait is ellátta. Bitnicz hétévesen elveszítette édesapját, és édesanyjával (Pánácz Katalin) Nagykanizsára költözött (ott kezdte meg iskolai éveit), majd – mint a Kelcz-Adelffy árvaház növendéke – Kőszegen járt gimnáziumba. A szombathelyi papneveldében 1807-ben kezdte meg tanulmányait, ahol – a magyar nyelvben való elmélyülésen túl – görögül, héberül, angolul, németül és franciául is tanult. Somogyi Lipót (1748–1822) szombathelyi püspök vette maga mellé 1811-ben, és egy évre rá Bitnicz már matematikaórákat tarthatott (34 éven át) a szombathelyi líceumban – Kresznerics Ferenc utódjaként. Közben a pesti egyetemen philosophia doktori címet szerzett 1815-ben. Szombathelyen 1819-től magyar nyelvet és irodalmat is tanított (25 éven keresztül, mindenféle anyagi ellenszolgáltatás nélkül). Egy tanítványa így emlékezett Bitniczre: „*A komolyabb Bitnicz, bár nem tudta velem a mathesis abstract tudományát megkedveltetni, annál jobban sikerült ez neki classicus felolvasásai által a magyar nyelv és irodalom történetéből, melyet a többi tanintézetben, hol eddig megfordultam, csak mint rendkívüli stúdiumot s azt is elég hanyagul tárgyalták. Minden lecke valódi ünnep volt rám nézve, inkább mindenről lemondtam volna, mint egy órát is elmulasztani, de nem is volt az egész hazában a magyar literatúrának avatottabb és buzgóbb előmozdítója, mint Bitnicz.*"[1] A tanárember a diákjaival

1 KÖBÖLKUTI 1993. 6–7. old.

nyelvművelő társaságot is létrehozott, amelyről az egyik évkönyvük előszavában az alábbiakat olvashatjuk: „*Honni nyelvünktől való szeretettől ösztönöztetvén, hogy a Haza oltárán mi is csekély gyenge elménkről kitelhető Zengéket letehessük Nagy Tiszteletű s Tudós Bitnicz Lajos Úrnak, a Szombathelyi Királyi Lyceumban Mathesis, és Magyar Nyelv tanítójának, a szép mesterségek és Bölcselkedés Doctorának bölcs javallásából 1823dik Esztendőben társaságba öszszesereglettünk.*”[2] Bitnicz a líceum megbízott vezetője lett 1837-ben, majd két évre rá kinevezték teljes jogú igazgatónak. Közben eljutott – Ausztrián keresztül, itáliai utazása során – Triesztbe, Velencébe és Padovába.

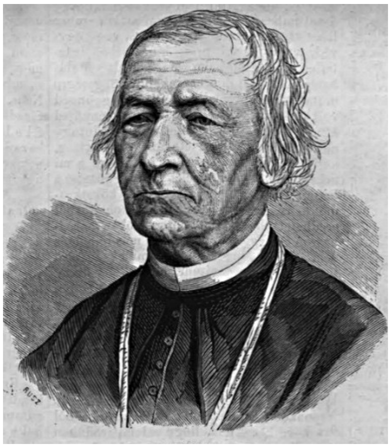
A magyar nyelv művelését, ápolását, gazdagítását és elsajátíttatását különösen fontosnak tartotta. *A magyar nyelvbeli előadás tudománya* című munkájáért megkapta a Marczibányi-féle 400 forintos jutalmat, amellyel akkoriban a magyar tudományos és irodalmi munkákat, nyelvtudományi pályázatokat ismerték el. Szabó Imre (1814–1881) egykori szombathelyi püspök, az MTA tiszteleti tagja, országgyűlési képviselő 1872-ben, az *Emlékbeszéd Bitnicz Lajos felett* című írásában így fogalmazott: „*Volt azonban egy körülmény, mely Bitniczet mélyen szomoritá. Fájt tapasztalnia, hogy míg például a római patricius az ő fiát legelsőbben is a tiszta, szép és ékes latin stylusra tanittatá, és a római ifju már 16 éves korában alapos nyelvbeli készültséggel léphetett szószékre, s arathatott szónoklatával tapsokat, a magyar apák szivesebben látták, legalább vétkes gondatlansággal elnézték, hogy fiaik a megvetett hazai nyelv helyett idegent tanultak; minek eredménye lett azután a szégyenletes állapot, mely fölött* Bitnicz *e keserü panaszra fakadt: »Lehetetlen vérző sziv nélkül tekinteni némelyek vétkes gondatlanságát, kik édes nyelvünket megvetvén, idegen hangon dadogják lelkök állapotjait, vagy azt tudományos vizsgálatra méltónak sem tartván, azon úgy szólnak, úgy irnak, miként tulajdon nyelvén szólni, irni, minden mivelt angol, franczia és német pirulna.*«”[3]

A magyar nyelvészettel, irodalommal, matematikával és régészettel kapcsolatos írásai, tanulmányai rendszeresen jelentek meg több folyóirat, kiadvány – így többek között a *Tudományos Gyűjtemény*, *Muzárion*, *Tudománytár*, *Közhasznú Ismeretek Tára*, *Akadémiai Értesítő*, *Magyar Tudós Társaság Évkönyvei*, *Vasmegyei Lapok*, *Vasmegyei Közlöny*, *Irodalmi Őr* – lapjain. A Magyar Tudós Társaság 1847-ben tiszteleti taggá választotta (ebben az évben lett kanonok a szombathelyi székesegyházban); ő volt az egyetlen ilyen matematikus a kiegyezésig, 1867-ig. Az 1850-es években a bécsi műemlékvédelmi szervezet magyarországi konzervátorrá nevezte ki Bitniczet, majd az évtized végén (1858-ban) monostori címzetes apát és szombathelyi nagyprépost lett, tíz évre rá pedig bosoni címzetes püspök. Levelezést folytatott – többek között – Batsányi Jánossal, Kazinczy Ferenccel, Döbrentei Gáborral, Kisfaludy Károllyal, Toldy Ferenccel.

Szombathely nagy része 1817-ben leégett, az újjáépítést ásatások előzték meg, amelyek leleteiből Bitnicz sokat összegyűjtött. Erről így számolt be a *Katholikus Néplap* 1866. évi 30. számában: „*A porrá égett házak helyein emelendő ujak alapjai ásásánál, a hajdan nagyhírű »Sabaria« római telepváros ősmaradványai a föld alól feltünedeztek, majd régi falakra, felírással vagy római ábéczével beírt téglákra, majd ötszögű téglácskával kirakott helyekre, gömbölyű gránitoszlopokra, vízvezetésekre akadtak; különféle római eszközöket, edényeket s üvegeket, lemeztükröket, bálványokat s érmeket találtak. Ezen találmányok buzdításul szolgáltak az ásás folytatására a kertekben, a városkörüli földeken és a réteken: hol nagyszerű*

2 PAPP 2007. 106. old.
3 SZABÓ 1872. 4. old.

koporsókat és síremlékeket faragott kövekből készülteket ástak ki. Eme római régiségek Bitnicz Lajos figyelmét fölébreszték.”[4] A legértékesebb talán Bitnicz éremgyűjteménye volt, amelyet az Akadémiára hagyott: „*Alul írt Bitnicz Lajos, a Szombathelyi székes egyház nagy prépostja, és kanonokja, most, midőn Isten kegyelméből, még türhető egészséggel, és ép lélekkel bírok (…) Régiség és pénzgyűjteményemet a hozzá tartozó lajstrommal együtt, – de a szekrény nélkül a pesti magyar academiának, mint kezdetek óta annak egyik csekély tagja hagyom emlékül.*”[5] Az akadémiától azonban visszakerült Szombathelyre.



Bitnicz Lajos[7]

Bitnicz Lajos a nagykanizsai rokonait ment meglátogatni 1871-ben, amikor meghalt. Holtteste a szombathelyi székesegyházban nyugszik.

Szintén Szabó Imre emlékbeszédében olvashatjuk Bitnicz Lajos életfilozófiájának legjellemzőbb összefoglalását: „*Mert – miként Bitnicz mondá – csak a ki a szent erényhez hiven, egészen betölti helyet, hová őt a gondviselés rendelé, az rójja le hazája iránti tartozását, az a való hazafi, testét aztán akár egyenruha vagy nemzeti köntös, akár hosszu fekete öltöny födözze.*”[6]

Ebben a Bitnicz Lajos matematikai munkásságát bemutató tanulmányban meghatározó szerepet kap a Magyar Tudós társaságbeli tagsága, a Mathematikai Műszótár szerkesztésében való tevékenysége, a kör négyszögesítéséről, a legkisebb négyzetek módszeréről és a nagy számok törvényéről írt dolgozata.

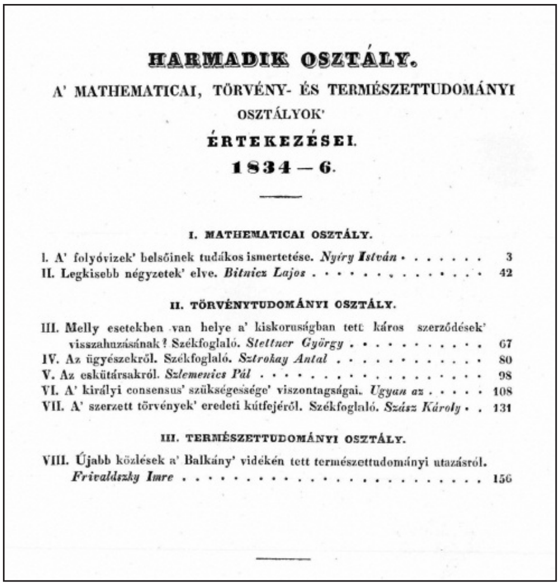
A MAGYAR TUDÓS TÁRSASÁG[8]

A Magyar Tudós Társaság (későbbi nevén a Magyar Tudományos Akadémia) alapításáról az 1825-ös országgyűlés hozott határozatot. Egy ilyen intézmény létrehozásának szükségességéről már korábban is írtak, és a mezőgazdaság, az állattenyésztés, a kereskedelem, valamint az ipar fejlődése, illetve a (szakmai) nyelvművelés szükségessége egyre reálisabbá tette az Akadémia megalapítását, amely 1830-ban meg is kezdte tényleges működését. Az alapszabályok szerint az Akadémiának legfeljebb 42 rendes tagja lehetett: 18 fővárosi és 24 vidéki. Hat szakosztály működött. A nyelvtudományi, a filozófiai, a történelmi, a törvénytudományi és a természettudományi szakosztály mellett kapott helyet a mathesis, amely magába foglalta a hadi tudományokat, később a mechanikát, az elméleti fizikát, a csillagászatot, a geodéziát és a műszaki tudományokat is. A szabályok szerint az Akadémia megalakulásakor a mathesis szakosztályban három fővárosi és három vidéki rendes tag kaphatott

4 PAPP 2007. 109–110. old.
5 LŐCSEI 2008. 373. old.
6 SZABÓ 1872. 9. old.
7 https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/35/Bitnicz_Lajos.png
8 SZÉNÁSSY 2008. 203–216. old.

volna helyet, de ennek a kezdetekkor mindössze egy pesti tagja volt, Tittel Pál (1784–1831) római katolikus pap, a Budai Csillagvizsgáló igazgatója, és a vidéki tudósokat is csak egy szakember képviselte: Bitnicz Lajos. (Később tag lett Győry Sándor, Bolyai Farkas, Nagy Károly és Sárvári Pál is, de érdekes, hogy a kor legismertebb, legeredményesebb magyar matematikusa, Bolyai János nem volt az.) Döbrentei Gábor (1785–1851) költő, az MTA tagja, királyi tanácsos, „titoknok" így indokolta Bitnicz taggá jelölését: „*Emlitett munkái a nagytiszteletü Professor urat a nyelvtudományi osztályhoz számittaták, de mivel oda tartozó magyar iró eddig legtöbb van, kegyed pedig mint a mathesis professora, a társaságnak a mathesis osztályában is betöltheti dicséretesen kivánságait, az Igazgatóság Pozsonyban novemb. 17-én 1830. ebbe nevezte ki vidéki első tagnak*."[9]

Az Akadémia célul tűzte ki tudományos folyóiratok megjelentetését, hogy ezzel is elősegítse az eredmények magyar nyelven történő elérhetőségének biztosítását. Elsőként *A Magyar Tudós Társaság Évkönyvei* című sorozatot indították útnak, amely az Akadémiához



HARMADIK OSZTÁLY.
A' MATHEMATICAI, TÖRVÉNY- ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLYOK'
ÉRTEKEZÉSEI.
1834 – 6.

I. MATHEMATICAI OSZTÁLY.

I. A' folyóvizek' belsőinek tudákos ismertetése. *Nyíry István* 3
II. Legkisebb négyzetek' elve. *Bitnicz Lajos* 42

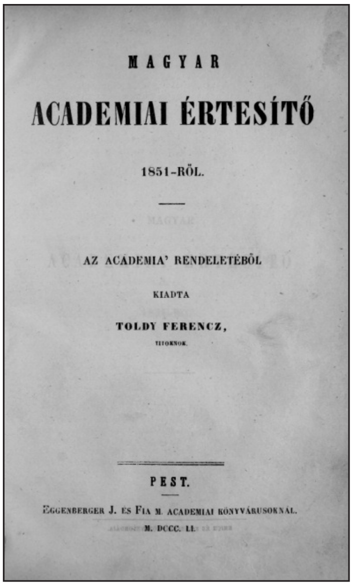
II. TÖRVÉNYTUDOMÁNYI OSZTÁLY.

III. Melly esetekben van helye a' kiskoruságban tett káros szerződések' visszahuzásának? Székfoglaló. *Stettner György* 67
IV. Az ügyészekről. Székfoglaló. *Sztrokay Antal* 80
V. Az eskütársakról. *Szlemenics Pál* 98
VI. A' királyi consensus' szükségessége' viszontagságai. *Ugyan az* 108
VII. A' szerzett törvények' eredeti kútfejéről. Székfoglaló. *Szász Károly* . . 131

III. TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY.

VIII. Újabb közlések a' Balkány' vidékén tett természettudományi utazásról. *Frivaldszky Imre* 156

A Magyar Tudós Társaság 1834 és 1836 közötti működéséről szóló évkönyvben olvasható tartalomjegyzék, a tanulmányok között található Bitnicz írása a legkisebb négyzetek módszeréről.



MAGYAR
ACADEMIAI ÉRTESÍTŐ
1851-RŐL.

AZ ACADEMIA' RENDELETÉBŐL
KIADTA
TOLDY FERENCZ,
TITOKNOK.

PEST.
EGGENBERGER J. ÉS FIA M. ACADEMIAI KÖNYVÁRUSOKNÁL.
M. DCCC. LI.

Az Értesítő *1851-es kiadásának borítója, amely kiadvány tartalmazza Bitnicz tanulmányát a nagy számok törvényéről.*

köthető eseményekről szóló beszámolókat, illetve különböző témájú tanulmányokat tartalmazott. Ezek az évkönyvek a szabadságharc bukásáig kétévente jelentek meg. Az 1832–1834 közötti időszakot bemutató kötetben találjuk meg Bitnicz Lajos tanulmányát a kör négyszögesítésének problémájáról, a következő időszakról (1834–1836) szóló kiadványban pedig a legkisebb négyzetek módszeréről szóló írás olvasható Bitnicztől. Az 1834-ben

9 SZABÓ 1872. 6–7. old.

alapított *Tudománytár* című folyóirat könnyebben érthető cikkeket, illetve külföldi tanulmányok magyarra fordított verzióját tartalmazta, de tíz év után az Akadémia a kiadását kénytelen volt megszüntetni. Egy másik akadémiai kiadvány, az *Értesítő*, évente tíz füzetben jelent meg 1840-től; az osztályüléseken elhangzott felolvasásokat, értekezéseket, az akadémikusok eredményeit tartalmazta. Az 1851-ben megjelent kötetben olvasható Bitnicz Lajos *A nagy számok törvényéről az emberi szellem nyilatkozásaiban* című tanulmánya. Külön kezdeményezésre indult útjára 1861-től a *Mathematikai és Természettudományi Közlemények* című folyóirat, amely azonban matematikai témájú értekezéseket csak elvétve tartalmazott.

A szabadságharc bukása után, 1849-től egy ideig az Akadémia tagjai, a tudományok képviselői, így a matematikával foglalkozó tudósok is nehéz helyzetbe kerültek. Voltak, akik bujkálásra kényszerültek (Brassai Sámuel), elmenekültek (Vállas Antal), voltak, akiket letartóztattak (Nagy Károly), börtönbe zártak (Hollán Ernő, Csányi Dániel). Ráadásul tilos volt az akadémiai összejövetelek megtartása, csak az 1850-es évek második felében enyhültek a viszonyok: 1858-tól volt ismét lehetőség akadémiai tagválasztásra. Egyre nagyobb igény jelentkezett a szakemberekben a matematika fontosságának tudatosítására, a matematikai oktatás színvonalának emelésére. Ezt elősegítette az ipari és technikai fejlődés, bár ettől függetlenül kezdetben nem volt igazán népszerű a matematika. Erről Bitnicz Lajos is beszélt, amikor Tittel Pál halála után emlékezett meg a tudósról: „*Ifjaink többféle előitélettől elszédítve s azért némi idegenkedéssel fognak a mathesishoz. Egyik, kinek játszi lelke tarka lepke gyanánt ide oda repked, és semmi komoly dolgot nem tűr, e tudományt, mivel rendszeres folyamatja féket vet lepkeségeinek, kopár s az életre szükségtelen főtörésnek gyalázza; másik fellengőbbnek s érzéshaladóbbnak tartja, hogy sem állításit felfogni, elveit bélátni lehessen; harmadik ismét száraz s minden kellemben szűkölködő betükkel s alakokkal üzött, fárasztó munkának nézi*.”[10] A helyzet javítása érdekében javasolták a műszaki felsőoktatás megszervezését, a külföldi tudományos intézményekkel való kapcsolatfelvételt és igényes, jó színvonalú matematikai tankönyvek kiadását, a legfrissebb matematikai eredmények ismertetését. Bitnicz Lajos maga is írt két matematikai témájú tankönyvet 1820-ban (*Tentamen publicum e mathesi adplicata – Nyilvános vizsgatételek az alkalmazott matematika köréből* és *Tentamen publicum e mathesi theoretica et geometria practica – Nyilvános vizsgatételek az elméleti matematika és a gyakorlati geometria köréből*), de ezek – a latin nyelv miatt – nem segítették a matematika népszerűsítését. Magyar nyelvű tankönyvekre, tanulmányokra volt igény, ez viszont szükségessé tette a magyar matematikai szaknyelv megteremtését.

A MATHEMATIKAI MŰSZÓTÁR[11]

A magyar matematikai szókincs összegyűjtéséhez nagy igyekezettel fogtak a szakemberek, így 1834-ben megjelenhetett az első magyar *Mathematikai Műszótár*. Ennek kiadására valóban nagy szükség volt, ugyanis matematikai nyelvünkre teljes zűrzavar, rendszertelenség és érthetetlenség volt jellemző. A szótár 110 oldalon foglalta össze a matematika, a hajózás,

10 BITNICZ 1835a. 9–10. old.
11 SZÉNÁSSY 2008. 208–210. old.

az építészet, a festőművészet, a bányászat, az erdészet és a hadi tudományok leggyakrabban használt szavait, kifejezéseit – a latin, a német és a francia megfelelőkkel együtt.

A *Mathematikai Műszótár* szerkesztését – mint ahogy a Döbrentei Gábor által jegyzett bevezetőből kiderül – Tittel Pál, Győry Sándor (1795–1870) építőmérnök, matematikus, Nyiry István (1776–1838) matematikus, természettudós, filozófus és Bitnicz Lajos végezte. Ehhez majdnem 40 könyvet és értekezést használtak fel; ezeket fel is sorolják a szótár összeállítói. Megtalálhatjuk ezek között Apáczai Csere János, Bolyai Farkas, Dugonics András, Kresznerics Ferenc munkáit. A szerkesztők célul tűzték ki, hogy folyamatosan bővítsék, frissítsék a gyűjteményt, illetve minél szélesebb körben kívánták terjeszteni munkájukat: „*Örömmel osztatik ki azért e gyüjteményből egy egy példány ingyen is kedveskedésül, a társaság nem tagjai között is, és kivált ollyannak, ki ezen itten található ágazatokból szedett műszavak javítására s a gyüjteménynek folytatólag bővítésre ajánlkozik és a végett példányt kíván. (…) Látni fogja ezen előintézkedésből a közönség, hogy a társaság nem kíván, akármelly új műszót mindjárt elfogadni, hanem azoknak nagy szótárában csak úgy adhat helyet, ha azokat nyelvünk belső alkatja szerint lévőknek s észképet és dolgot értelmesen kifejezőknek találandja. Látni fogja az ország, hogy köz tulajdonának minél tökéletesebb összeszerkeztetésében, a társaság, nem makacsság nem önkény parancsaival, hanem a lehető köz megegyezéssel akar eljárni*."[12]

Az alábbiakban néhány, Bitnicz Lajos által javasolt matematikai szakkifejezés olvasható.[13]

Eredeti kifejezés	**Javasolt változat**
Absurdum	Képtelenség
Aequatio algebraica	Betűszámvetési egyenlet
Aequatio binomia	Kéttagú egyenlet
Aequatio formalis	Termetegyenlet
Aequatio imperfecta	Tökéletlen egyenlet
Aequatio literalis	Betűegyenlet
Aequatio numerica	Számegyenlet
Aequatio perfecta	Tökéletes egyenlet
Aequatio realis	Valódi egyenlet
Aequatio reciproca	Viszontagos egyenlet
Aequatio transcendens	Felmúló egyenlet
Aequatio variationis	Változatos egyenlet
Altitudo	Magasság
Analysis transcendentalis	Felmúló feloldás
Angulus ad centrum	Középponti szeg
Angulus contactus	Érintési szeg
Angulus inclinationis	Hajlat szege
Angulus refractus	Szegett szeg
Anguli parallelarum	Egyközűek szegei
Basis numerica	Számrendalap
Calculus derivationis	Származtató számolás

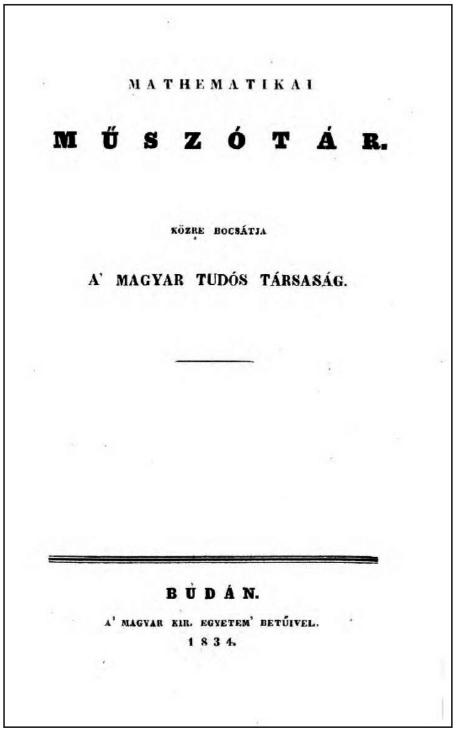
12 DÖBRENETI 1834. IV–V. old.
13 BITNICZ–GYŐRY–NYIRY–TITTEL 1834. 1–97. old.

Calculus differentiarum	Különbözet vagy különbség számolás
Centrum aequilibrii	Sulyegyen középpontja
Coefficientes binomiales	Kéttagos sokszorozók
Coefficientes indeterminati	Határozatlan sokszorozók
Coefficientes polynomiales	Soktagos sokszorozók
Collineare	Arányozni
Complanatio curvae	Kisikítás
Conoides	Kúpszabású test
Constructio problematis	Feladás öszveállítása vagy szerkesztetése
Curva duplicis curvaturae	Kettős görbületű görbe
Cyclotechnia	Ívszámolás
Cylindroide	Hengerded
Duplicatio cubi	Köbkettőzés
Ellipsis altioris ordinis	Felsőbb rendű csúcskör
Eylinie	Monyorú hosz
Genus curvarum	Görbék neme
Lemniscata	Csukorhosz vagy vonal
Linea refractionis	Szegés vonala
Linea transversalis	Keresztvonal
Methodus minimorum quadratorum	Legkisebb négyzetek módszere
Normalis (in curva)	Függő hoszsz vagy vonal
Numerus pyramidalis	Csúcsszám
Partielle Differentialgleichung	Részkülönbözetes egyenlet
Partitio numerorum	Számosztás
Pentedecagonum	Tizenötszeg
Perpendiculum refractionis	Szegés függője
Planum diagonale	Szegszelőlap
Polyedrum symmetricum	Egymértékű soklap
Polygonum circumscriptum	Körülirt sokszeg
Polygonum inscriptum	Beirt sokszeg
Polygonum stelliforme	Csillagsokszög
Prisma polygonum	Sokszegű oszlop
Prisma truncatum	Csonka szegoszlop
Probabilitas	Hihetőség
Punctum conjugatum	Mellé rendelt pont
Punctum distantiae (in perspect.)	Távolság pontja
Quadratrix	Négyező vagy négyszegítő
Quadratum magicum	Bűbájos négyzet
Regula anatocismi	Kamatra kamatvetés
Series arithm. altioris ordinis	Felsőbb rendű különbözetes sor
Series reciproca	Viszontagos sor
Summatio seriei	Sorsummázás, soröszveszámítás
Systema coordinatarum	Öszvesorozottak rendszere
Terminus compositus	Sokszorozott tag
Theorema binomiale	Kéttaguak törvénye

VASI SZEMLE
2018. LXXII. ÉVFOLYAM 6. SZÁM

Theorema polynomiale	Soktagúak törvénye
Trajectoria	Egyenlőenszelő
Triangulum sphaeroidicum	Gömbölyegháromszeg
Unitas cubica	Köbegység
Unitas linearis	Hoszegység
Unitas quadrata	Négyszegegység

A *Mathematikai Műszótár*ban olvasható kifejezések közül kb. 30-40 található meg a mai matematikai szakirodalomban. Ezek elsősorban az elemi aritmetikában használatosak, az analízishez és a geometriához tartozó próbálkozások jelentős része nem volt sikeres, mégis azt mondhatjuk, hogy ez a kísérlet nagyban elősegítette a magyar matematikai szaknyelv megteremtését. Elévülhetetlen érdemei vannak ebben Bitnicz Lajosnak, amelyet igazol Döbrentei Gábor hozzá írt levele: „*Igen kedves a társaság előtt, amint az utóbbi héti ülésben tapasztaltam, kegyed szorgalmatossága a mathesisi osztály műszavainak rendbeszedése körül*."[14] Ennek elemei megtalálhatók Bitnicz magyar nyelvű matematikai témájú tanulmányaiban is.


MATHEMATIKAI

MŰSZÓTÁR.

KÖZRE BOCSÁTJA

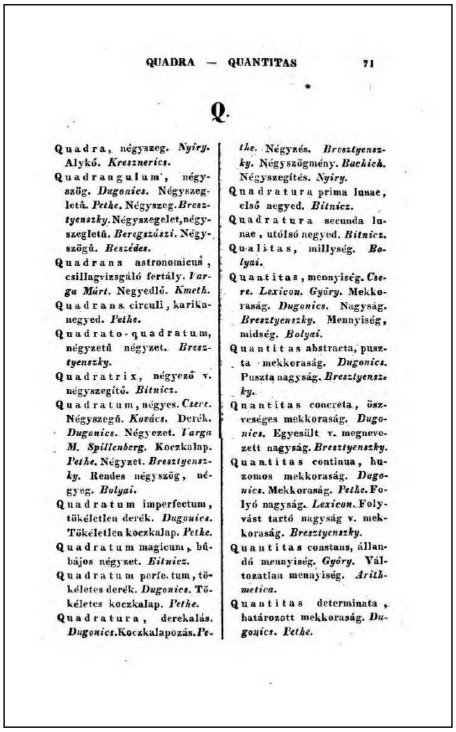
A' MAGYAR TUDÓS TÁRSASÁG.

BÚDÁN.

A' MAGYAR KIR. EGYETEM' BETŰIVEL.

1834.

A Mathematikai Műszótár *nyitóoldala*


QUADRA — QUANTITAS 71

Q.

Quadra, négyszeg. *Nyiry.* Alykő. *Kresznerics.*
Quadrangulum', négyszög. *Dugonics.* Négyszegletű. *Pethe.* Négyszeg. *Bresztyenszky.* Négyszegelet, négyszegletű. *Beregszászi.* Négyszögű. *Beszédes.*
Quadrans astronomicus, csillagvizsgáló fertály. *Varga Márt.* Negyedlő. *Kmeth.*
Quadrans circuli, karikanegyed. *Pethe.*
Quadrato-quadratum, négyzetű négyzet. *Bresztyenszky.*
Quadratrix, négyező v. négyszegítő. *Bitnicz.*
Quadratum, négyes. *Csere.* Négyszegű. *Kovács.* Derék. *Dugonics.* Négyezet. *Varga M. Spillenberg.* Koczkalap. *Pethe.* Négyzet. *Bresztyenszky.* Rendes négyszög, négyeg. *Bolyai.*
Quadratum imperfectum, tökéletlen derék. *Dugonics.* Tökéletlen koczkalap. *Pethe.*
Quadratum magicum, bűbájos négyzet. *Bitnicz.*
Quadratum perfectum, tökéletes derék. *Dugonics.* Tökéletes koczkalap. *Pethe.*
Quadratura, derekalás. *Dugonics.* Koczkalapozás. *Pethe.* Négyzés. *Bresztyenszky.* Négyszögmény. *Bachich.* Négyszegítés. *Nyiry.*
Quadratura prima lunae, első negyed. *Bitnicz.*
Quadratura secunda lunae, utólsó negyed. *Bitnicz.*
Qualitas, millység. *Bolyai.*
Quantitas, mennyiség. *Csere. Lexicon. Győry.* Mekkoraság. *Dugonics.* Nagyság. *Bresztyenszky.* Mennyiség, midség. *Bolyai.*
Quantitas abstracta, puszta mekkoraság. *Dugonics.* Puszta nagyság. *Bresztyenszky.*
Quantitas concreta, öszveséges mekkoraság. *Dugonics.* Egyesült v. megnevezett nagyság. *Bresztyenszky.*
Quantitas continua, huzomos mekkoraság. *Dugonics.* Mekkoraság. *Pethe.* Folyó nagyság. *Lexicon.* Folyvást tartó nagyság v. mekkoraság. *Bresztyenszky.*
Quantitas constans, állandó mennyiség. *Győry.* Változatlan mennyiség. *Arithmetica.*
Quantitas determinata, határozott mekkoraság. *Dugonics. Pethe.*

Részlet a Mathematikai Műszótár*ból*[15]

14 SZABÓ 1872. 7. old.
15 BITNICZ–GYŐRY–NYIRY–TITTEL 1834. 71. old.

A KÖR NÉGYSZÖGESÍTÉSE

A geometriai szerkeszthetőség kérdése, a vonalzóval és körzővel megszerkeszthető alakzatok, ponthalmazok vizsgálata az ókortól kezdve érdekelte a matematikusokat. Euklidesz (i. e. III. század) az *Elemek* című könyvében rögzítette is a róla elnevezett szerkesztés szabályait. A matematikatörténet egy legendája[16] szerint még a francia hadvezért, császárt, Napóleont is megérintette egy szerkesztési probléma. Állítólag az itáliai hadjárat során egy olasz küldöttség kereste fel a császárt, és jelezték neki, hogy véráldozat nélkül készek megadni magukat, ha Napóleon bizonyítja, hogy nemcsak a hadviselésben, hanem a tudományokban, így a matematikában is eredményes. Napóleon elfogadta a kihívást. Azt a feladatot kapta, hogy szerkessze meg egy már megrajzolt kör középpontját egyetlen körző segítségével. (Ennek a problémának a nyitjára nem sokkal korábban éppen egy olasz matematikus jött rá.) A legenda szerint a császár visszavonult a sátrába, és hajnalra elkészítette a feladat megoldását, így az olasz küldöttség elismerte Napóleon győzelmét. Hogy ez a történet igaz-e vagy sem, nem tudjuk, de az tény, hogy a szerkesztéseknek, különösen a három nevezetes ókori szerkesztési problémának (a körnégyszögesítés, a szögharmadolás és a kockakettőzés) vizsgálata több száz éven keresztül adott feladatot a matematikusoknak.

A kör négyszögesítése néven ismert ókori szerkesztési probléma (i. e. VI. század táján merült fel a görögöknél ez a feladat) az alábbi módon ismert: szerkesszünk egy olyan négyszöget, amelynek területe megegyezik egy adott kör területével. A szerkesztés során csak vonalzót és körzőt használhatunk, és a vonalzó csak egyenes meghúzására használható, a körzővel csak kört rajzolhatunk, a szerkesztési eszközök más célra nem alkalmazhatók. (Ezek tulajdonképpen az úgynevezett euklideszi szerkesztés szabályai.) Sok száz évet kellett várni annak igazolására, hogy ez a feladat ilyen feltételekkel nem oldható meg.

A probléma nagyon kedvelt volt, még a vígjátékíró Arisztophanész is megemlíti *A madarak* című komédiájában, mikor is egy Metón nevű földmérő (csillagász) a következőket mondja: „*S megmérem az egyenes rúddal, hogy a / Kör négyszegű legyen, tudod; s középen / Piac – feléje, mint központba, sok / Egyenes út vigyen s mint sugarak, / Lövelljenek szét a kerek piactól / Mindenfelé.*”[17] (Abban az időben egy tudományos probléma annyira népszerű tudott lenni, hogy még egy komédiában is szerepet kaphatott.)

Sok ókori tudós foglalkozott a probléma megoldásával: Anaxagorasz (i. e. 450 körül) a börtönben kísérelte meg a kör négyszögesítését, Antiphón (i. e. V. század) szabályos sokszögeket írt a körbe, és azt gondolta, hogy ha egyre nagyobb oldalszámú sokszögekhez jut, akkor azok kerülete egyre jobban lefedi a körvonalat, így a sokszög és a kör területe egyenlő lesz. Mivel mindig szerkeszthető olyan négyzet, amelynek a területe megegyezik egy sokszög területével, így Antiphón a problémát megoldottnak tekintette. Az V. század leghíresebb geométere, a khioszi Hippokratész is (nem ő volt az ismert ókori orvos) foglalkozott a kör négyszögesítésével. Ő körívekkel határolt síkidomokat alakított át ugyanolyan területű négyszöggé. (Ilyen például a középiskolában is emlegetett, a Hippokratész holdacskái néven ismert feladat.) A Hippiasz (i. e. 420 körül) által vizsgált síkgörbét, a quadratrixet Deinosztratosz (i. e. 350 körül) használta a kör négyszögesítéséhez (a kör kerületének megadásához). Arkhimédész (i. e. III. század) az általa konstruált spirálgörbe segítségével szerkesztette meg a kör kerületét. A kör kerületének ismeretében a négyszögesítés már

16 NOORT 2013. 97. old.
17 WAERDEN 1977. 214. old.

megoldható, hiszen könnyen végiggondolható (Arkhimédész szigorúan bizonyította is), hogy a kör területe megegyezik annak az (egyenlő szárú) háromszögnek a területével, amelynek alapja a kör kerülete, magassága a kör sugara. Ez a háromszög pedig könnyen átalakítható négyszöggé. Ötletes próbálkozások voltak ezek mind, de nem feleltek meg az euklideszi szerkesztés kritériumainak, így nem jelentettek megoldást a kör négyszögesítésének problémájára.

Ha jobban végiggondoljuk, akkor láthatjuk, hogy a probléma megoldása tulajdonképpen egy π hosszúságú szakasz megszerkesztésétől függ. (Hiszen az r sugarú kör kerületét a $2r\pi$ képlet adja, a fent említett háromszög – és egyben a kör – területe pedig az $r^2\pi$ képlettel származtatható.) Így nem véletlen, hogy az újkori matematika a π jellegének vizsgálatára helyezte a hangsúlyt. A XVII. század második felétől végtelen sorokkal állították elő a π-t: a legismertebb François Viète (1540–1603), John Wallis (1616–1703) és Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) képlete. Johann Heinrich Lambert (1728–1777) Németországban élő svájci matematikus 1766-ban igazolta, hogy a π irracionális szám, azaz nem adható meg két egész szám hányadosaként, a gyakorlati számítások során csak közelítő értékek segítségével használható. Carl Louis Ferdinand von Lindemann (1852–1939) német matematikus 1882-ben pedig azt igazolta, hogy a π transzcendens szám is, azaz nem lehet megoldása racionális együtthatós algebrai egyenleteknek. Ekkor pedig már ismert volt Évariste Galois (1811–1832) francia matematikus absztrakt algebrai elmélete, amely rögzítette, hogy a transzcendens számok (így a π is) nem szerkeszthetők meg euklideszi módszerekkel. Vagyis a kör négyszögesítésének problémájáról bebizonyosodott, hogy az megoldhatatlan. Mindezektől függetlenül a π (minél pontosabb) közelítő értékének a megadása fontos feladat volt. (Már az általános iskolában tanuljuk, hogy a π közelítő értéke 3,14. Ám a matematika története számos érdekes fejezetet tartalmaz a π közelítésével kapcsolatban. A legmeghökkentőbb 1897-ből származik,[18] amikor is az amerikai Indiana államban Edwin J. Goodwin törvényben szerette volna rögzíttetni, hogy a π értéke 3,2. Goodwin abban bízott, hogy anyagi előnye származik ebből, hiszen a törvény elfogadása után az új érték használati jogáért mindenki fizetni lesz kénytelen. A „Pi-törvény” néven ismertté vált javaslat természetesen vitákat váltott ki, bár annak tartalmával kapcsolatban senki sem emelte föl a szavát. Az *Indianapolis News* így számolt be erről: „*A szenátorok viccelődtek a törvényen – a móka egy fél óráig tartott. Hubbel szenátor azt kifogásolta, hogy akkor, amikor a szenátus napi 250 dollárjába kerül az államnak, miért kell ilyen ostobaságokra fecsérelniük az időt*.”[19] Szerencsére abban egyetértés volt, hogy az ilyen kérdésekről nem törvényileg kell határozni, így a törvény elfogadását határozatlan időre elnapolták. A „Pi-törvény” – a matematikával foglalkozók nagy örömére – a mai napig nem emelkedett jogerőre.)

A XVIII–XIX. század magyar matematikusai is előszeretettel foglalkoztak a körnégyszögesítés problémájával. Több komolyabb tanulmány is szól a π értékének közelítéséről, szerkesztési eljárásokról, de sok olyan írás született, amelyek komoly hibákat, megmosolyogtató ötleteket, korszakalkotónak tűnő eljárásokat tartalmaztak a kör négyszögesítésével kapcsolatban. Ezekről jegyezte meg ironikusan Brassai Sámuel (1800–1897): „*… sokan, s azok közt magyarok számosban, mint a mértan körüli egyébiránti érdemeik arányához illett volna, maguknak nevetséges hírt szereztek*.”[20] Ugyanakkor mindenképpen meg kell említeni azt is, hogy a témával kapcsolatban számos precíz, az addigi eredményeket részletesen bemutató dolgozat született.

18 DRÖSSER 2009. 179–181. old.
19 DRÖSSER 2009. 181. old.
20 SZÉNÁSSY 2008. 109. old.

A kör négyszögesítésének problémája Bitnicz Lajos figyelmét is felkeltette. A Magyar Tudós Társaság Évkönyvei második kötetében (1832–1834) jelent meg *A kör négyszögesítéséről* című tanulmánya 1835-ben, amelynek bevezetőjében a probléma érdekességére, fontosságára utal: *„A mathesis már több mint két ezer év óta dicsekszik semmi más tudománytól el nem ért nyilvánságával; vannak mindazáltal nehézségei és fogyatkozásai, mellyeket teljesen elhárítani a legélesb elméjü nyomozónak sem sikerült. Ezek némellyikét csak az avatottak látják; következőleg csak ők vehetik figyelemre s legyőzésén csak ők törekedhetnek. Némellyeket ellenben a legrepkényebb elme is észre vehet, s ezeket természetesen kiki esméri, ki csak megizelíté a tudományt. A mathesis eme fogyatkozott részéhez számlálják rendszerént a kög négyszegítését. Ezen feladás a tizenötödik század óta soknak volt időpazarló s erőt ölő veszszőparipája, sőt hazánkban is már néhányan jelentek meg ezen, sok bajjal járó de koszorúval nem igen biztató, pályán. Ha, kik e kérdéssel bajlódtak, azt mivoltkép értenék; alig ereszkednének illy hálaadatlan fejtegetésbe. Honnan talán nem lesz szükségtelen előadni: miben áll tulajdonkép ezen feladás, mit tettek feloldására a legjelesb fők, s mit gondolhatni még elérhetőnek.*”[21] (Bitnicz szóhasználatában a kör a körvonalat, a kög a körlapot jelenti, így a kör kerülete és a területe külön is azonosítható.)

Bitnicz maga is megfogalmazta a problémát: *„Négyszegíteni a kögöt annyit tesz, mint olly négyzetet (quadratum) készíteni, melly annak külszinével (superficies) megegyez. Rendszerint az is kivántatik, hogy ezen alkotás egyedül egyenes vonal és kör által vitessék végbe. A négyzet külszinét számmal fejezzük ki és viszont készíthetünk olly négyzetet, mellynek külszinét bizonyos adott szám fejezi ki; honnan a kög négyszegítése tulajdonkép azon szám felkeresésében áll, melly külszinét kifejezi.*”[22] Bitnicz tanulmányában is a (kör területének megadásához szükséges) π vizsgálata került középpontba. A kör kerületének vagy területének közelítése – a tudós szerint is – leginkább a körbe és a kör köré írható szabályos sokszögek segítségével végezhető el.

A tanulmányban képleteket kapunk a be- és köré írható páros oldalszámú szabályos sokszögek oldalhosszára (így azok kerületére). Az egységnyi átmérőjű (azaz π kerületű) körbe és kör köré írható 393216 oldalú szabályos sokszög kerületének megadása is megtörténik: a beírt sokszög kerülete (*„mint Nicole találta*”[23]) 3,141592653692928, a körülírt sokszögé pedig 3,141592653795158. Ezek után a π közelítő értéke (a vizsgált kör kerülete) megadható: *„Mivel tehát a kör közükbe esik, ezek közt közép = 3,141592653744043 közelítőleg.*”[24] (Egy mai átlagos zsebszámológép, amely természetesen más eszközökkel adja meg a π közelítő, kerekített értékét, a kijelzőjén a 3,141592654 értéket mutatja, amely az előbb leírtakkal teljesen összhangban van.)

A következő lépésben a kör területének közelítésére láthatunk példát – szintén beírt és köré írt sokszögek segítségével, azok területének felhasználásával. Mivel az egységnyi sugarú kör területe π, így a körbe és a kör köré írt szabályos sokszögek területének sorozata ehhez az értékhez tart. Bitnicz Lajos Adrien Marie Legendre (1752–1833) francia matematikus számításait közli: eszerint a beírt és a köré írt 32768 oldalú szabályos sokszögek területe az első hét tizedesjegyet tekintve egyezik: 3,1415926, így ez lesz a kör területe is, azaz a π közelítő értéke.

21 BITNICZ 1835b. 152–153. old.
22 BITNICZ 1835b. 153. old.
23 BITNICZ 1835b. 154. old.
24 BITNICZ 1835b. 155. old.

A harmadik ilyen típusú gondolat egy konkrét szabályos sokszög beírható és köré írható köre sugarának meghatározásáról szól. Könnyen elképzelhető, hogy ha egy szabályos sokszög oldalszáma egyre nagyobb (tart a végtelenhez), akkor az előbb említett két kör sugara is egyre jobban megközelíti egymást – előbb-utóbb egyenlőek lesznek. Bitnicz tanulmányában a 8192 oldalú szabályos sokszög körei sugarának kiszámítását látjuk: már ennél a sokszögnél (a területét 4-ben adta meg Bitnicz) egyező kerekített értéket kapunk, amely 1,1283792. Feltehetjük, hogy az így kapott kör(ök) területe is 4, innen pedig már (a kör területképlete alapján) visszaszámolható a π közelítő értéke, amely a dolgozat szerint ebben az esetben is 3,1415926.

Bitnicz tanulmánya ezek után nehezebb módszereket mutat be, a felsőbb matematika, az analízis eszközei következnek. A sinus és a cosinus függvények hatványsorát vehetjük észre. Végtelen összegeket kapunk a π/4, valamint a π/6 értékre, és előkerülnek a komplex számok (azok trigonometrikus és exponenciális alakjával) is. Mindezeket (és még egyéb trigonometrikus összefüggéseket) felhasználva jutunk el a π/12 közelítő értékéhez (0,26179939), amelyből a π értékére a 3,141592653589 adódik. Itt említi meg Bitnicz azt, hogy hasonló módon, de a gyökvonások elkerülésével dolgozott Leonhard Euler (1707–1783), aki a 45°-os szög (π/4-ként is megadható) tangensét (illetve a kiszámított értékeket mint arcus tangens értékeket) vette alapul számításai során.

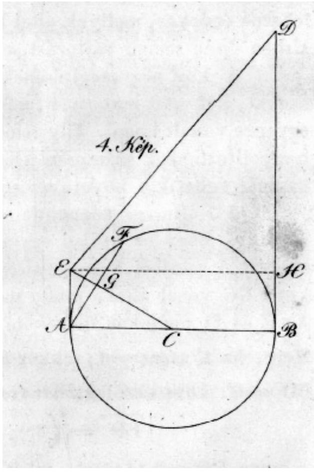
Olvashatunk arról, hogy a matematika fejlődése során hogyan próbálták meg a π értékét egész számok hányadosaként használni, illetve mely matematikusok tudták legelőször kiszámítani a π közelítő értékét 72, 100, 127 vagy akár 140 tizedesjeggyel.

Bitnicz tanulmányának záró részében igazolást láthatunk arra, hogy a π valóban irracionális (összemérhetetlen), azaz nem írható fel két egész szám hányadosaként. A dolgozat keletkezésekor még nem volt ismert, hogy a π transzcendens is, azaz az ilyen hosszúságú szakasz nem szerkeszthető, így a kör négyszögesítésének problémája sem oldható meg, bár az sejthető volt már akkor, hogy nem lehet egyenlő területű kört és négyszöget konstruálni: „*Könnyű már ezekből eldönteni a kérdést: e feladásra nézve mit lehetne még tulajdonképen tenni, és mi haszna lenne tökéletes megfejtésének. Többnyire a kög négyszegítését keresőket azon remény kecsegteté, hogy a kör és átmérő közti viszonyt egész számban fogják kitalálni. Reményük, mint látók, füstbe ment; sőt igen hihető, hogy π-t még gyökérjegyű (radicalis) nagyságokkal sem lehet teljesen kifejezni s azért e feladásra nézve már semmit sem tehetni. Jó volna, ha valaki ez utolsó állítást szorosan megmutatván, minden próbálgatás utját egyszerre elvágná.*”[25]

Ettől függetlenül létezik (és ezt Bitnicz megmutatta dolgozatában) olyan eljárás, melynek segítségével egy majdnem π hosszúságú szakasz szerkeszthető, és az a gyakorlatban használható. Vegyünk fel egy *C* középpontú, egységnyi sugarú kört és abban az *AB* átmérőt. Az *A* és *B* pontok mindegyikében állítsunk merőlegest erre az átmérőre. A *B*-t tartalmazó egyenesen vegyük fel a *D* pontot úgy, hogy a *BD* szakasz hossza a sugár háromszorosa legyen. Az *A* pontból mérjünk fel egy sugárnyi távolságot a körre, így kapjuk meg a körvonalon az *F* pontot. (Ekkor természetesen az *AF* szakasz hossza egységnyi.) Az *AF* szakasz felezési pontja legyen a *G* pont. A *CG* egyenes pedig az *A* pontot tartalmazó, az *AB* átmérőre merőleges egyenest (ezt húztuk meg a szerkesztés elején) messe az *E* pontban. Azt állíthatjuk, hogy az így kapott *ED* szakasz hossza jól közelíti a π értékét. Mert az *ACF* háromszög

25 BITNICZ 1835b. 170. old.

szabályos, így minden oldala 1, minden szöge 60°-os. A *C*-nél lévő szöget a *CG* felezi, így az *ACG* szög 30°-os. Az *EAC* derékszögű háromszögben a tangens szögfüggvényt használva kiszámolhatjuk, hogy az *AE* szakasz hossza 0,5774, és ez megegyezik a *BH* szakasz hosszával. Ezt levonva a 3 egység hosszú *BD* szakaszból kapjuk, hogy *HD* hossza 2,4226. Természetesen ehhez korábban felvettük az *AB*-vel párhuzamos *EH* szakaszt, amelyek mindegyike 2 egység hosszú. Most az *EHD* derékszögű háromszögben használhatjuk a Pitagorasz-tételt: $EH^2 + HD^2 = ED^2$, azaz $2^2 + 2{,}4226^2 = ED^2$, ahonnan $ED = 3{,}1415$, amely érték valóban a π-hez közelít.



Szemléltető ábra Bitnicz Lajos A kör négyszögesítéséről *című tanulmányának végén egy majdnem π hosszúságú szakasz megszerkesztéséhez*[26]

Bitnicz tanulmányából is kitűnik, hogy a π miért meghatározó jelenség a matematikában. Érdekes szám, de nem kizárólag a számjegyei teszik azzá, hiszen a pontosság nem csak a számjegyek sorozatának jellegéből adódhat. Természetesen mindezt a gyakorlat felülírhatja: a mindennapokban a pontosságot háttérbe szoríthatják a kerekített értékek, a különböző közelítő eljárások (egy ilyenről szól a tanulmány következő része). Benjamin Franklin (1706–1790) amerikai természettudós, feltaláló, politikus jegyezte meg ironikusan egy matematikus ismerőséről az alábbiakat, amely találóan szemlélteti mindezt: *„A szakmáján kívül máshoz nemigen konyított, s társaságban sem állta meg a helyét: mint a többi nagy matematikus, akikkel csak életem során találkoztam, ő is tökéletes pontosságot keresett minden elhangzó véleményben, s ha nem azt kapta, hosszadalmas szőrszálhasogatásba és ellentmondásba merült, s hóhérává vált minden beszélgetésnek.*”[27]

A LEGKISEBB NÉGYZETEK ELVE

A természettudományokban, a műszaki tudományokban, a közgazdaságtanban és természetesen a matematikában is gyakori, hogy kísérletek, mérések, közvetlen megfigyelések, tapasztalások során nyert adatok segítségével szeretnénk valamilyen összefüggést, empirikus képletet találni a vizsgált folyamatra, jelenségre vonatkozóan. Legtöbb esetben ezek az összefüggések közelítő jellegűek, és nem tekinthetünk el a mérési hibától sem. Többféle módszer létezik a közelítő képletek, összefüggések, függvények meghatározására; az egyik legismertebb és leggyakoribb a legkisebb négyzetek módszere.

Egy kísérlet során kapott eredményeket (ezek leginkább számpárok, egymáshoz rendelt értékek) koordináta-rendszerben ábrázoljuk, és megpróbáljuk megtalálni azt a függvénytípust (legegyszerűbben például elsőfokú vagy másodfokú függvényt), amelynek grafikonja (az előbb említett esetekben egy egyenes vagy egy parabola) jól illeszkedik a berajzolt pon-

26 BITNICZ 1835b. 170. old.
27 ELLENBERG 2016. 524. old.

tokra. A kiválasztott képlet paramétereinek megadásánál lényegében arra törekszünk, hogy a berajzolt pontok grafikontól mért távolságainak négyzetösszege a lehető legkisebb legyen. Legyen például az x-szel jelölt változóhoz tartozó mért érték y-nal jelölve, és a közelítéshez válasszunk egy elsőfokú (lineáris) függvényt, amely az x-szel jelölt változóhoz az $ax + b$ képlet szerint rendel egy számot (az a és b ismert adat). Minden egyes x-szel jelölt változó esetében meghatározhatjuk az $(y - ax - b)^2$ értéket (ez a távolságok négyzete), és ezeket összegezzük (ez lesz a távolságok négyzetösszege). Az így kapott kifejezés (valójában egy kétváltozós függvény) minimumát keressük (az elsőrendű parciális deriváltak segítségével).[28]

A módszerrel legelőször a francia Adrien Marie Legendre és Pièrre Simon Laplace (1749–1827) foglalkozott a XIX. század elején, a teljes kidolgozás azonban Carl Friedrich Gauss (1777–1855) érdeme. Mivel Gauss (szokás őt a matematikusok fejedelmeként emlegetni) érdeklődött a geodézia iránt, így két évtizeden át gyűjtött mérési eredmények felhasználása során dolgozta ki a legkisebb négyzetek módszerét. Az alapok megtalálhatók már az 1807-ben írt és 1809-ben megjelent *A Nap körül kúpszeletek mentén keringő égitestek mozgásának elmélete* című könyvében, de a precíz levezetések 1821-re lettek teljesek.[29]

A módszer bemutatását Bitnicz Lajos is fontosnak érezte, így jelenhetett meg 1837-ben a Magyar Tudós Társaság 1834 és 1836 közötti tevékenységét bemutató évkönyvben *A legkisebb négyzetek elve* című tanulmánya. A bevezetőben az alábbiakat olvashatjuk: „*Időttünk a természettudomány nemcsak külső alakra hanem belső értékre nézve is hatalmas lépésekkel halad előre. Haladását nagy részben a mathesisnek köszöni, azon nagy eszköznek, melly az emberi észt olly sikeresen segíti legsulyósb nyomozásiban, hogy az azzal nem élhető, mint gyáva gyermek kénytelen hátramaradni az után, ki állítása valóságát s bizonyosságát ezen próbakövön képes megmutatni; mert csak ezen uton érhetni el, a mit embernek tudni, a szó szoros értelmében tudni, engedtetett. Nevezetes egyebek közt és nagyon érdekes a mód, melly szerint a hihetőségi számolás (calculus probabilitatis) több, ugyanazon tárgyról tett tapasztalatok egymástól elütő következményeinek középértékét meghatározza. Lagrange közlött e czélra egy szép módot, melly előteszi, hogy a tapasztalásban ejtett hibák törvénye ismeretes, és Laplace is mutatott bizonyos analyticai műfogás által hasonlóan e czélhoz vezető utat. Könnyű belátni, hogy minden egyes tapasztalat következménye a középérték meghatározására egy egyszerű egyenletet nyújt, melly segédegyenletnek (Bedingungsgleichung) neveztetik. Ha csak egy elemet kelle meghatározni, Cotes utmutatása szerint a segédegyenleteket úgy intézék, hogy ezen elem sokszoroztatója (coefficiens) mindannyiban állító legyen; összeadák azután az egyenleteket, s az így származott vég- vagy alapegyenletből (Fundamentalgleichung) kifejték az elem értékét. Ha pedig több elemet kelle meghatározni, nem ismertek semmi egyenes utat a segédegyenletek közönséges, helyes összekapcsolására, megeléglék az egyenletek közül azt kiválasztani, mellyet a kivánt elem meghatározására legalkalmasbnak véltek. Ezen vaktában tapogatás elkerülése végett adák Legendre (Nouv. methodes pour la determination des orbites des cometes. Paris 1806.) és főkép Gausz (Theoria motus corporum coelestium. Hamburgi 1809.) a legkisebb négyzetek módjának (methodus minimorum quadratorum) neve alatt a híres utat, mellyet illy kalauzok után közhasznuvá tenni czélja ezen értekezésnek*."[30]

28 OBÁDOVICS 1995. 141–142. old.
29 GINDIKIN 2003. 343–344. old.
30 BITNICZ 1837. 42–43. old.

A tanulmányban részletesen megjelenik a módszer általános ismertetése, levezetése, a parciális deriváltak, valamint az ezekkel kapcsolatos ismeretek használata (nemcsak kétváltozós esetben), és integrálokkal, improprius integrálokkal, hibaszámítási formulákkal is találkozunk.

$$\int_{-u}^{+u} \frac{h}{\sqrt{\pi}}\, e^{-h^2u^2}\, du = 2\int_{0}^{u} \frac{h}{\sqrt{\pi}}\, e^{-h^2u^2}\, du = \int_{0}^{u} \frac{2he^{-h^2u^2}\, du}{\sqrt{\pi}}.$$

Hibaszámítás Bitnicz Lajos A legkisebb négyzetek elve *című tanulmányában*[31]

Érdemes a dolgozatból egy egyszerűbb, a mérési adatok összefüggésére irányuló problémát megemlíteni: Johann Karl Eduard Schmidt (1803–1832) *Lehrbuch der Mathematischen und Physischen Geographie* című 1829–1830-ban Göttingenben megjelent könyvéből választott egy feladatot Bitnicz.

Schmidt könyvének második kötetében a 358. oldalon található egy összefüggés, amely egy város (éves átlagos) középhőmérséklete és elhelyezkedésének a földrajzi szélesség szerinti fokban megadott értéke között áll fenn. Ha a hőmérséklet értékét t-vel, a földrajzi szélesség értékét p-vel jelöljük, akkor a tapasztalati összefüggés az alábbi: $t = a + b\cdot\cos(2p)$, ahol a és b meghatározandó, állandó paraméterek. Schmidt könyvében és Bitnicz dolgozatában az alábbi adatokkal találkozunk. (Toulouse esetében a földrajzi szélesség Bitnicz tanulmányában – valószínűleg egy nyomdahiba miatt – 33°36’, míg Schmidt könyvében helyesen 43°36’.)[32]

Város, hely	Középhőmérséklet (t)	Földrajzi szélesség (p)	Az összefüggés
Cumana (Venezuela)	27,7 °C	10°27’	$27{,}7 = a + 0{,}934b$
Nápoly	17,4 °C	40°50’	$17{,}4 = a + 0{,}145b$
Róma	15,7 °C	41°53’	$15{,}7 = a + 0{,}109b$
Toulouse	14,5 °C	43°36’	$14{,}5 = a + 0{,}049b$
Bordeaux	13,6 °C	44°50’	$13{,}6 = a + 0{,}006b$
Párizs	11,0 °C	48°50’	$11{,}0 = a – 0{,}133b$
London	10,3 °C	51°30’	$10{,}3 = a – 0{,}225b$
Koppenhága	7,7 °C	55°41’	$7{,}7 = a – 0{,}364b$
Stockholm	5,7 °C	59°20’	$5{,}7 = a – 0{,}480b$
Nordkapp (Északi-fok, Norvégia)	0,1 °C	71°30’	$0{,}1 = a – 0{,}798b$

A kapott tíz egyenlettel kell dolgoznunk, hogy a hiányzó két paramétert (a és b) meghatározhassuk – egy elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer segítségével. Bitnicz először az a változó együtthatóival (azaz mindenhol 1-gyel) szorozta az összefüggéseket, így kapott tíz egyenletet (ezek éppen az eredetiek), amelyeket összeadott, és ekkor a $123{,}7 = 10a – 0{,}757b$ képletet kapta. Ugyanezt alkalmazta a b változó együtthatóival: minden egyenletet végigszorzott a b együtthatójával (ez például az első egyenlet esetében a

31 BITNICZ 1837. 61. old.
32 BITNICZ 1837. 46. old.

25,87 = 0,934*a* + 0,872*b* kifejezést eredményezte), így kapott ismét tíz egyenletet, amelyek összegezve a 21,5 = –0,757*a* + 1,975*b* összefüggést adták. A kapott két egyenlet valóban egy elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszerhez vezetett, amely megoldásaként kapjuk, hogy a = 13,58 °C és b = 16,09, így a keresett összefüggés a $t = 13{,}58 + 16{,}09 \cdot \cos(2p)$, azaz egy város középhőmérséklete így függ a földrajzi szélesség értékétől. (Ez a képlet például Szombathely esetében – ha a földrajzi szélesség értéke 47°14' – hozzávetőlegesen 12,33 °C-os középhőmérsékletet eredményez.)

A legkisebb négyzetek módszere a lineáris regresszió (két vagy több véletlen változó közötti összefüggés modellezésére szolgáló eljárás) legegyszerűbb és legáltalánosabb becslési módszere. Folyamatok előre jelzésénél előszeretettel használják, így nemcsak természettudományokban (fizika, statisztika, biológia), hanem társadalomtudományokban (pszichológia, szociológia) is gyakran alkalmazzák. Francis Galton (1822–1911) angol tudós, pszichológus, biológus, meteorológus, aki felhívta a figyelmet az ujjlenyomatok mintázatának sajátosságaira, kutatási eredményeinek rendszerezéséhez kért segítséget egy cambridge-i matematikus ismerősétől. Ő megerősítette Galton lineáris regresszióval és a legkisebb négyzetek módszerének alkalmazásával való következtetéseinek helyességét. Ekkor írta Galton az alábbiakat: „*A probléma talán nem olyan bonyolult egy képzett matematikus számára, de magam soha nem éreztem olyan izzó lojalitást és tiszteletet a matematikai elemzés fensége és átfogó ereje iránt, mint mikor megérkezett a válasza, s abban tiszta matematikai érveléssel megerősítette az én többirányú és fáradságos statisztikai következtetéseimet, sokkal aprólékosabban, mint remélni mertem – az adatok ugyanis valahogyan egyenetlenek voltak, és kénytelen voltam kellő óvatossággal simítani rajtuk.*”[33]

A NAGY SZÁMOK TÖRVÉNYÉRŐL

A Bitnicz-életmű matematikai dokumentumai között mindenképpen megemlítendő az 1851-ből származó *A nagy számok törvényéről az emberi szellem nyilatkozásaiban* című tanulmány, amely a *Magyar Academiai Értesítő*ben jelent meg. A nagy számok törvényeivel kapcsolatos tételek adják a valószínűségszámítás gyakorlati alkalmazhatóságának elméleti hátterét. Ezek az összefüggések leegyszerűsítve azt a tényt rögzítik, hogy a véletlen jelenségek valószínűségével kapcsolatos jellemzők, a bekövetkezésre vonatkozó esélyek annál jobban megjelennek, minél szélesebb körű megfigyeléseket végzünk. A legismertebb összefüggést a svájci Jacob Bernoulli (1654–1705) fogalmazta meg a XVII. és a XVIII. század fordulóján, de az ezt tartalmazó műve, az *Ars conjectandi* (A találgatás tudománya) csak halála után, 1713-ban jelent meg. Ez a tétel (a nagy számok gyenge törvényének is szokás nevezni) a valószínűség és a relatív gyakoriság kapcsolatát vizsgálja, és rögzíti, hogy egy véletlen esemény valószínűsége kísérletileg mindig meghatározható a gyakorlatot kielégítő pontossággal.[34]

A nagy számok gyenge törvényének egy egyszerűbb – de matematikailag megfelelő – megfogalmazása az alábbi. Akármilyen kicsi $\varepsilon, \delta > 0$ valós számpárhoz létezik olyan N természetes küszöbszám, hogyha a kísérletet $n > N$-szer egymástól függetlenül megismételjük

33 ELLENBERG 2016. 394–395. old.
34 CSERNYÁK 1998. 182. old.

(és abból a vizsgált esemény *k*-szor következik be), akkor a *k*/*n* relatív gyakoriság eltérése a *p* valószínűségtől legalább 1 – *δ* valószínűséggel kisebb lesz, mint ε.[35] (A törvény nagyon leegyszerűsítve azt mondja, hogy például minél többször dobunk fel egy pénzérmét, a fej és az írások számának aránya annál közelebb van az 1-hez, azaz a fejek és az írások nagyjából 50–50%-ban jelentkeznek.)

Ez a tétel jól szemlélteti a valószínűségszámítás és a matematikai statisztika kapcsolatát, a két terület szimbiózisának gyakorlati alkalmazhatóságát. II. József 1784-ben országos népszámlálást rendelt el, így gyakoribb lett Magyarországon is a statisztikai adatgyűjtés. A különböző biztosítási fajták egyre inkább elterjedtek külföldön, így nem meglepő, hogy 1840-ben megkezdhette működését a Pesti Hazai Takarékpénztár. Az író, politikus Fáy András (1786–1864) meghatározó szerepet töltött be ebben, és ő volt az, aki összeállította az első magyar halandósági táblázatot – az életbiztosítások meghonosítása érdekében (*Az életbiztosító intézet terve*, 1848; *Adatok Magyarország bővebb ismertetésére*, 1854). Nyiry István matematikus három külföldi halálozási táblázat segítségével szemléltette az átlagos életkor fogalmát, és a kapott adatok felhasználásával vont le következtetéseket az ország várható lélekszámára és a katonakötelesek várható számára vonatkozóan (*Az emberi életidő számvetési története, mint a polgári mennyiség tudományának kezdete*, 1821). Hasonló feladatra vállalkozott Bitnicz Lajos is tanulmányában, amelyben a nagy számok törvényét magyarázta a bűnözők számadatainak felhasználásával.[36]

Bitnicz írásában rövid valószínűség-számítási elmélkedés után találkozhatunk a nagy számok (gyenge) törvényének megfogalmazásával: „*A vizsgálódó emberi ész, a mennyiségtan segélyével, egyéb természeti tüneményekre nézve is ugyanazon czélt törekszik megközelíteni. Számításait e végből a tünemények közös törvényére az úgynevezett »nagy számok törvényére« alapítja, s így eredményeket nyújt, mellyek nem kétségtelen valóságok ugyan, ollyanok mindazonáltal, mellyeken méltán megnyugodhatunk. Az említett törvény bővebben kifejtve így hangzik: Ha igen sok, egynemű tüneményre figyelünk, mellyek állandó vagy szabálytalanúl változó, de nem haladólag, hanem majd ezen, majd azon értelemben változó okoktól függnek; a tünemények számai közt olly arányokat találunk, mellyek csaknem változatlanok. Ezen arányoknak különböző különös értéke vagyon, mellyhez annál inkább közelítenek, mennél nagyobb a figyelembe vett tünemények száma, és mellyet teljesen el is érnek, ha az észleletek sorát végtelenig lehetne folytatni. A szerint, mint a szabálytalanúl változó okok tágabb vagy szükebb határok közé vannak szorítva, nagyobb vagy kisebb számu észre vett tünemények szükségesek arra, hogy arányuk csaknem állandó legyen. A tüneméynek mindegyik neménél maga az észlelés megmutatja: ha a figyelés elég számu esetre volt-e kiterjesztve, és a számítás ezen esetek számához és az arányaik közt még létező különbségek nagyságához képest biztos szabályokat nyújt azon valószinüség meghatározására, hogy ama különös érték, mellyhez ezen arányok összvehajlanak, bizonyos tetszés szerinti határok közé van szorítva*.”[37] A tétel bizonyítására – annak hosszú és összetett volta miatt – a szerző nem tért ki, de az alkalmazhatóságát sajátos példákon keresztül mutatta be. („*Ezen törvényt, melly a mindennapi kisérletekben olly gyakran előfordul, a józan ész némi alapigazságul tekinti, de analytikai megbizonyítása nagy nehézséggel jár. Bernoulli Jakab húsz évig bajlódott vele, és dolgozata még sem bír a kívánt szigorral. Újabb időkben Laplace franczia térmérő*

35 SIMONOVITS 2009. 122. old.
36 SZÉNÁSSY 2008. 215. old.
37 BITNICZ 1851. 242. old.

adá tökéletesb megbizonyitását. Czélomra nem szükséges a törvény hosszúra terjedő megbizonyításának hacsak fő vonásait is előterjesztenem; alkalmazását azonban s az általa elérhető valószinüség mértékét egy példában kimutatom, úgy hiszem, nem lesz érdektelen."[38])

A statisztika szerepét, az adathalmaz elemszáma növelésének fontosságát először a várható élettartam meghatározásánál tapasztalhatjuk meg. Az 1000, 5000 vagy 10 000 embert tartalmazó mintában hasonló elhalálozási mutatók figyelhetők meg, mint a 100 000 fős mintában, amelyben már a várható értéktől való eltérés (hiba) elenyésző.

Érdekes vállalkozás Bitnicz részéről a bűnügyi statisztikák vizsgálata. Ebben Adolphe Quetelet (1796–1874) belga matematikus, statisztikus, szociológus eredményeire hivatkozott. (Neki meghatározó szerepe volt a statisztikai módszerek használatának elterjesztésében – a társadalomtudományok esetében is. Szerkesztője volt a belga *Correspondance Mathématique et Physique* című folyóiratnak, ezért nem véletlen, hogy a Magyar Tudományos Akadémia 1858-ban taggá választotta őt annak reményében, hogy a magyar matematikusok kapcsolatba kerülhessenek ezzel a külföldi szakmai lappal.[39]) Franciaországi adatokkal találkozhatunk először; a Bitnicz-tanulmányban olvasható adatokat, így „*az erőszakos halál különféle nemeit*" és azok gyakoriságát vethetjük össze az alábbi táblázat segítségével az 1826-tól 1831-ig tartó időszakra vonatkozóan.[40]

		Év					
		1826	1827	1828	1829	1830	1831
A bűntett elkövetésének módszere	Lőfegyver által	56	64	60	61	57	88
	Kés által	39	40	34	46	44	34
	Bot stb. által	23	28	31	24	12	21
	Fojtás által	2	5	2	2	2	4

Ezeket az adatokat érdemes (megfelelő kerekítéssel megadott és egyszerűsített) százalékos eloszlásban is áttekintenünk, így jobban látható, hogy az egyes elkövetési módok relatív gyakorisága az egyes években kevésbé eltérő.

		Év					
		1826	1827	1828	1829	1830	1831
A bűntett elkövetésének módszere	Lőfegyver által	47%	47%	47%	46%	50%	60%
	Kés által	32%	29%	27%	35%	38%	23%
	Bot stb. által	19%	20%	24%	18%	10%	14%
	Fojtás által	2%	4%	2%	1%	2%	3%

38 BITNICZ 1851. 242–243. old.
39 SZÉNÁSSY 2008. 212. old.
40 BITNICZ 1851. 246. old.

Egy szintén Franciaországból származó példával is találkozunk. A vagyon ellen elkövetett bűncselekmények gyanúsítottjainak és elítéltjeinek számából készíthető arány (a relatív gyakoriság) szintén azonosságot mutat. (Bár az 1827-es adatoknál találunk számítási hibát: az arány ezekkel az adatokkal 0,6550 lenne.)[41]

	Év					
	1825	1826	1827	1828	1829	1830
Vádlottak száma	4755	5081	5018	5552	5582	5296
Elítéltek száma	3155	3381	3287	3680	3641	3364
Az arányuk	0,6635	0,6654	0,6552	0,6628	0,6523	0,6352

A fenti példák alapján több következtetés is megfogalmazható, amelyek esetében hivatkozhatunk a statisztikai számításokra, illetve a nagy számok törvényére. Így például mondhatjuk, hogy 47% az esély arra, hogy egy gyilkosságot lőfegyverrel követnek el, illetve 66% az esély arra, hogy egy vádlottból elítélt lesz.

Angliából két példát hoz Bitnicz a relatív gyakoriságok (arányok) hasonlóságára az 1830-as évek bűnügyi statisztikáit felhasználva. 1834-ben 22 451 volt a bűnözők („*gonosztevők*”) száma, ezek 84%-a volt férfi és 16%-a nő („*némber*”). 1835-ben pedig a 20 731 elkövető 83%-a volt férfi és 17%-a nő. Egy másik statisztika pedig a bűncselekmények fajtáinak azonos arányát szemlélteti az előbb említett két év adatai alapján, az alábbi százalékos megoszlásban.

	1834-ben	1835-ben.
személyek ellen elkövetett büntettek . .	10, 94 ;	9, 72 ;
vagyon ellen erőszakkal elkövetett büntettek	6, 50 ;	6, 53 ;
vagyon ellen erőszak nélkül elkövetett büntettek	73, 97 ;	74, 66 ;
vagyonsértések	0, 72 ;	0, 75 ;
csalások	1, 92 ;	1, 78 ;
a' főlebbiek' sorába nem tartozó büntettek .	5. 95 ;	6, 56 ;
	100, 00	100, 00.

Angliai adatok a bűnesetek százalékos megoszlásáról Bitnicz Lajos
A nagy számok törvényéről az emberi szellem nyilatkozásaiban *című tanulmányában*[42]

Magyar statisztika is szerepel Bitnicz Lajos tanulmányában. Balla Károly (1792–1873) jogász 1841-ből származó *Vélemény a büntetésmód javítása iránt* című munkájából szár-

41 BITNICZ 1851. 246. old.
42 BITNICZ 1851. 247. old.

maznak az adatok. A Pest megyében 1835 és 1839 között bebörtönzöttek nemenkénti megoszlását vizsgálta Bitnicz.

		Év				
		1835	1836	1837	1838	1839
Bebörtönzöttek	Összesen	801	776	862	741	694
	Férfiak aránya	92%	90%	86%	92%	91%
	Nők aránya	8%	10%	14%	8%	9%

Ezekkel az adathalmazokkal, számításokkal, statisztikai mutatókkal Bitnicz a nagy számok törvényét szemléltette. De természetesen azt is látta, hogy a statisztika és a valószínűségszámítás egy ember életében nem lehet kizárólagos, viszont folyamatok leírásánál, események előrejelzésénél hasznos lehet: „*Erre nézve mindenek előtt azon kérdés merül fel: valljon általjában lehet-e az ember szellemi működéseit számokra és ezekből következtetett törvényekre alapitani? Egyes embernél, az egyednél kétségkivül nem; de igen az emberek nagyobb társulatánál, hol mind azon rendhagyások, mellyeket egyes embernél a vakesetnek tulajdonítunk, elenyésznek, és hol a tárgy, mellyre figyelünk, csak nagyában, úgy szólván, csak fő vonásiban mutatkozik. Épen úgy mint az emberi nem halandóságának törvényénél, melly korántsem egyes embernek, hanem csak egy nagy társaság egészítő részének halálozását határozza meg olly szembetünő biztossággal. (…) Hogy az ember szellemi működéseit is számokra lehet alapitani, némelly esetekben világos, és csak sok és jó tapasztalatok kivántatnak, hogy azokra nézve is határozott, azaz: tulajdon számítás által adott eredményekhez juthassunk.*”[43]

Erre emlékeztet Bitnicz a tanulmány záró bekezdésében is: „*Kétségtelen tehát, hogy a nagy számok törvényét a szellemi tüneményekre is lehet alkalmazni, mellyek az ember akaratjától, érdekeitől, belátásaitól és szenvedélyeitől függenek. Mert itt nem az okok természete jő tekintetbe, hanem inkább egyes okozataik változása és azon esetek száma, mellyekre figyelni kell, hogy az észre vett tünemények szabálytalansága a középeredményben kiegyenlíttessék. De erre nézve ne véljük, hogy a szabad akarat, a vakító szenvedélyek és a hiányos belátás okozatai nagyobb mértékben változnak, mint az emberi élet a születésekor elhaló gyermektől a száz éves öregig; hogy nehezebb azokat előre látni, mint azon körülményeket, mellyek valamelly hajónak hosszú tengeri utazás közben elvesztét okozzák; hogy azok konokabbak, mint azon eset, melly bizonyos kártyának vagy koczka némi területének eltalálását eszközli. Nem a fogalmak, mellyeket ezen okokkal és okozataikkal egybe kapcsolunk, hanem az észlelés és számítás azon tényezők, mellyek változásaik valószinű határait igen sok eset után egyedül meghatározzák.*”[44]

Mindezek mellett mindenképpen figyelembe kell vennünk azt a tényt, amely Bitnicz tanulmányában is hangsúlyos szerepet kap, miszerint a nagy számok törvényének érvénye-

43 BITNICZ 1851. 244. old.
44 BITNICZ 1851. 249. old.

süléséhez szükséges bizonyos mennyiségi előfeltételek teljesülése. A sportstatisztikák, közvélemény-kutatások, iskolai mérések eredményeiből levont következtetések nagymértékben függenek a mintavételtől. Valóban igaz az, hogy ha egy pénzérmét nagyon sokszor dobunk fel, akkor a fejek és a dobások számának aránya az 1-hez közelít majd, de az sem mindegy, hogy milyen mértékben történik ez. Abraham de Moivre (1667–1754) francia matematikus *Az esélyek tana* című, a matematikát népszerűsítő könyvében írta le a modern valószínűségszámítás alapjait, amely kitért a hibaszámítás fontosságára. (Erről olvashattunk a legkisebb négyzetek módszere és a nagy számok törvénye kapcsán is.) Moivre megállapította, hogy például a pénzfeldobásnál az 50%-tól való eltérések a kísérletek számának növelésével a normális eloszlás haranggörbéjét (a zsandárkalap elnevezést is használhatjuk erre az alakzatra) veszik fel. Ez a görbe középen magas, a szélein pedig nagyon lapos, ami azt jelenti, hogy minél távolabb van az eltérés a nullától, annál kisebb a valószínűség annak bekövetkezésére. Természetesen az érmének nincs memóriája, így a nagy számok törvénye nem azt jelenti, hogy a dobássorozatban a korábbi események kiegyensúlyozása történik, hanem azt, hogy újabb adatokhoz jutunk, így a korábbiak aránya elhanyagolható lesz, a kísérletek száma válik meghatározóvá a következtetések meghozatalában.[45]

Mint láthattuk, Bitnicz Lajos törekedett arra, hogy megismerje és átadja a legfrissebb eredményeket, magyarul is hozzáférhetővé tegye az akkor újnak számító matematikai részterületek (valószínűségszámítás, statisztika) ismeretanyagát. Akadémiai tevékenysége, tanulmányai miatt méltó arra, hogy a tudománytörténet ne feledkezzen el róla. Zárásként álljanak itt Bitnicz matematikáról szóló gondolatai, amelyeket Tittel Pál búcsúztatásakor fogalmazott meg: „*Semmi sincs a természetben olly felséges, semmi annyira elrejtett, annyira álthathatatlan, mit a mathesis szemügyre venni, teljesen kinyomozni s bizonyos törvények alá szorítani kötelességének ne tartsa. Mértékre vesz minden számot és tért, kinyomozza az erőmű mozgatta óramutatónak szinte, mint azon nagy égi mechanikának törvényit, melly szerint a világok járják pályájukat. Az érzékek határit is áltlépi, számba veszi a titkos, a lehetetlennek látszó lehetséget és reményt, – sőt csak adj neki mértéket, még a gyönyör és fájdalom nagyságát is meghatározza. Azért egész mezeje felfogására egy embernek sem élete, sem elméje, sem szorgalma nem elég*.”[46] De éppen ezért feladata az utókornak, hogy emlékezzen a matematikatörténet meghatározó személyiségeire, így a Vas megyéhez kötődő tudósok eredményeire is.

FELHASZNÁLT IRODALOM

BITNICZ 1835a
BITNICZ Lajos: Emlékbeszéd Tittel Pál rendes tag felett. In: A Magyar Tudós Társaság Évkönyvei 2. kötet 1832–1834. 2. rész. Magyar Tudós Társaság, Budapest, 1835, 8–15. old.

BITNICZ 1835b
BITNICZ Lajos: A kör négyszögesítéséről. In: A Magyar Tudós Társaság Évkönyvei 2. kötet 1832–1834. 2. rész. Magyar Tudós Társaság, Budapest, 1835, 151–170. old.

BITNICZ 1837
BITNICZ Lajos: A legkisebb négyzetek elve. In: A Magyar Tudós Társaság Évkönyvei 3. kötet 1834–1836. 3. rész. Magyar Tudós Társaság, Budapest, 1837, 42–66. old.

45 ELLENBERG 2016. 91–95. old.
46 BITNICZ 1835a. 10. old.

BITNICZ 1851
BITNICZ Lajos: A nagy számok törvényéről az emberi szellem nyilatkozásaiban. In: Magyar Academiai Értesítő, Magyar Tudományos Akadémia, Budapest, 1851, 241–249. old.

BITNICZ–GYŐRY–NYIRY–TITTEL 1834
BITNICZ Lajos – GYŐRY Sándor – NYIRY István – TITTEL Pál (szerk.): Mathematikai Műszótár. Magyar Tudós Társaság, Budapest, 1834.

CSERNYÁK 1998
Dr. CSERNYÁK László (szerk.): Valószínűség-számítás. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1998.

DÖBRENTEI 1834
DÖBRENTEI Gábor: Előbeszéd. In: Mathematikai Műszótár, Magyar Tudós Társaság, Budapest, 1834, III–VIII. old.

DRÖSSER 2009
Christoph DRÖSSER: Csábító számok, avagy a mindennapok matematikája. Athenaeum Kiadó, Budapest, 2009.

ELLENBERG 2016
Jordan ELLENBERG: Hogy ne tévedjünk – A mindennapi élet rejtett matematikája. Park Könyvkiadó, Budapest, 2016.

GINDIKIN 2003
Simon GINDIKIN: Történetek fizikusokról és matematikusokról. TYPOTEX Kiadó, Budapest, 2003.

KÖBÖLKUTI 1993
Dr. KÖBÖLKUTI Katalin: Bitnicz Lajos (Vasi életrajzi bibliográfiák XXXI.). Berzsenyi Dániel Megyei Könyvtár, Szombathely, 1993.

LŐCSEI 2008
LŐCSEI Péter: Bitnicz Lajos emlékezete (könyvismertető). In: *Vasi Szemle*, 2008, 3. szám, 372–373. old.

NOORT 2013
Vincent van der NOORT: Számtalan szám – Egy kocka vallomásai. Libri Kiadó, Budapest, 2013.

OBÁDOVICS 1995
OBÁDOVICS J. Gyula: Valószínűség-számítás és matematikai statisztika. Scolar Kiadó, Budapest, 1995.

PAPP 2007
PAPP Júlia: Bitnicz Lajos és a régiségtudomány. In: Bitnicz Lajos emlékezete, Szombathely Megyei Jogú Város Önkormányzata, Szombathely, 2007, 105–233. old.

SIMONOVITS 2009
SIMONOVITS András: Válogatott fejezetek a matematika történetéből. TYPOTEX Kiadó, Budapest, 2009.

SZABÓ 1872
SZABÓ Imre: Emlékbeszéd Bitnicz Lajos felett. Magyar Tudományos Akadémia, Budapest, 1872.

SZÉNÁSSY 2008
SZÉNÁSSY Barna: A magyarországi matematika története a 20. század elejéig. Polygon Kiadó, Szeged, 2008. 3. kiadás

WAERDEN 1977
B. L. van der WARDEN: Egy tudomány ébredése. Gondolat Kiadó, Budapest, 1977.